

Data Structures and Algorithms

István András Seres @Eötvös Loránd University

2019 April 9, Tuesday 12:30-14:00, D-0.221

1 Encoding a song title with Huffman codes

The binary string below is the title of a song encoded using Huffman codes.

0011000101111101100111011101100000100111010010101

Given the letter frequencies listed in the table below, build the Huffman codes and use them to decode the title. In cases where there are multiple “greedy” choices, the codes are assembled by combining the first letters (or groups of letters) from left to right, in the order given in the table. Also, the codes are assigned by labeling the left and right branches of the prefix/code tree with ‘0’ and ‘1’, respectively.

letter	a	h	v	w	”	e	t	l	o
frequency	1	1	1	1	2	2	2	3	3

2 Erdős-Szekeres tétel

Mutassuk meg, hogy valós számok tetszőleges $n^2 + 1$ elemű sorozatának van $n + 1$ elemű monoton csökkenő vagy monoton növekvő részsorozata!

3 Rod cutting problem

Suppose you have a rod of length n , and you want to cut up the rod and sell the pieces in a way that maximizes the total amount of money you get. A piece of length i is worth p_i dollars.

length	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
price	1	5	8	9	10	17	17	20	24	30

For example, if you have a rod of length 4, there are eight different ways to cut it, and the best strategy is cutting it into two pieces of length 2, which gives you 10 dollars. How many ways are there to cut up a rod of length n ? Despite the exponentially large possibility space, we can use dynamic programming to write an algorithm that runs in $\theta(n^2)$.

4 Longest common subsequence

Formally, given a sequence $X = x_1, x_2, \dots, x_m$, another sequence $Z = z_1, \dots, z_k$ is a subsequence of X if there exists a strictly increasing sequence i_1, i_2, \dots, i_k of indices of X such that for all $j = 1, 2, \dots, k$, we have $x_{i_j} = z_j$. In the longest-common-subsequence problem, we are given two sequences X and Y , and want to find the longest possible sequence that is a subsequence of both X and Y . For example, if $X = ABCBDAB$ and $Y = BDCABA$, the sequence BCA is a common sequence of both X and Y . However, it is not a longest common subsequence, because $BCBA$ is a longer sequence that is also common to both X and Y . Both $BCBA$ and $BDAB$ are longest common subsequences, since there are no common sequences of length 5 or greater.

5 Sakktábla

Tegyük fel, hogy adott egy $n \times n$ -es sakktábla, és egy figura, amelyet a tábla alsó sorából kell eljuttatni a felső sorba úgy, hogy minden mezőről csak a következő három mezőre léphetünk:

- a pillanatnyi mező feletti mezőre,
- a pillanatnyi mező felett lévő mezőtől balra levő mezőre, feltéve, hogy nem a bal szélső oszlopban állunk,
- a pillanatnyi mező felett lévő mezőtől jobbra levő mezőre, feltéve, hogy nem a jobb szélső oszlopban állunk.

Ha az x mezőről (megengedett módon) az y mezőre lépünk, akkor $f(x, y)$ forintot kapunk.

Adjunk hatékony algoritmust egy olyan út megtalálására, amely mentén a lehető legtöbb pénzt gyűjthetjük be! Az alsó sor akármelyik mezőjéről indulhatunk, és a felső sor akármelyik mezőjére érkezhetünk.

6 LZW lossless data compression algorithm

Encode the string *banana_bandana* with LZW!