

Data Structures and Algorithms

István András Seres @Eötvös Loránd University

2019 February 26, Tuesday 12-14, D-0.221

1 Asymptotic notation aka. Big \mathcal{O} notation

True or false? If no, provide a counter-example! Justify your answer!

- $f(n) = \Theta(n) \wedge g(n) = \Omega(n) \implies f(n)g(n) = \Omega(n^2)$
- $f(n) = \Theta(1) \implies n^{f(n)} = \mathcal{O}(n)$
- $f(n) = \Omega(n) \wedge g(n) = \mathcal{O}(n^2) \implies g(n)/f(n) = \mathcal{O}(n)$
- $f(n) = \mathcal{O}(n^2) \wedge g(n) = \mathcal{O}(n) \implies f(g(n)) = \mathcal{O}(n^3)$
- $f = \mathcal{O}(\log(n)) \implies 2^{f(n)} = \mathcal{O}(n)$
- $f(n) = \Omega(\log(n)) \implies 2^{f(n)} = \Omega(n)$

2 Median of two sorted arrays of same size

There are 2 sorted arrays A and B of size n each. Write an algorithm to find the median of the array obtained after merging the above 2 arrays (i.e. array of length $2n$). The complexity should be $\mathcal{O}(\log(n))$.

3 Maximális növekedés

Adott valós számoknak egy $A[1 : n]$ tömbje. Adjunk hatékony algoritmust, amely meghatároz két olyan $1 \leq i \leq j \leq n$ indexet, amelyekre $A[j] - A[i]$ maximális!

4 Legközelebbi pontpár

Adott egy $\mathcal{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ pontthalmaz a síkon. Szokásos módon, a $p_i = (x_i, y_i)$ és $p_j = (x_j, y_j)$ pontok távolsága

$$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}.$$

Adjunk hatékony algoritmust a két legközelebbi pont meghatározására (ha több ilyen pár is van, akkor megelégszünk az egyikkel)!

5 Inverziók száma

Adott különböző számoknak egy $A[1 : n]$ tömbje. Azt mondjuk, hogy valamely $1 \leq i < j \leq n$ esetén az (i, j) pár az A egy inverziója, ha $A[i] > A[j]$.

(A) Soroljuk fel a $\langle 2, 3, 8, 6, 1 \rangle$ tömb inverzióit!

(B) Az $A[1 : n]$ tömb inverzióinak száma mikor maximális?

(C) Mi a kapcsolat a beillesztéses rendezés költsége és a rendezendő tömb inverzióinak száma között?

BeillesztésesRendezés(A,n)

```
for j=2 to n do
```

```
  s=A[j]
```

```
  i=j-1
```

```
  while i>0 AND A[i]>s do
```

```
    A[i+1]=A[i]
```

```
    i=i-1
```

```
  A[i+1]=s
```

(D) Adjunk $O(n \log n)$ költségű algoritmust, amely meghatározza az $A[1 : n]$ tömb inverzióinak számát!